

Allgemeine Relativitätstheorie

Torsten Fließbach

Allgemeine Relativitätstheorie

7. Auflage

Springer Spektrum Verlag Heidelberg · Berlin · Oxford

Autor:

Prof. Dr. Torsten Fließbach

Universität Siegen

57068 Siegen

fliessbach@physik.uni-siegen.de

Vorwort

Das vorliegende Buch entstand im Verlauf von Vorlesungen über Allgemeine Relativitätstheorie an der Universität Siegen. Es richtet sich an Physikstudenten, die die Kurse über Theoretische Mechanik und Elektrodynamik erfolgreich absolviert haben. Wie eine Vorlesung soll es als erste Einführung in das Thema dienen. Die Darstellung bewegt sich auf dem Niveau einer Kursvorlesung in Theoretischer Physik, also auf einem für das Thema eher einfachen Niveau. Dabei wird mehr Wert gelegt auf anschauliche Erläuterungen und konkrete Beispiele als auf formale Beweise und mathematische Akribie. Die Verbindung zur Elektrodynamik wird, wo immer es sich anbietet, ausführlich dargestellt. Anhand der Ähnlichkeiten und Unterschiede zu dieser dem Leser schon bekannten Theorie wird der Zugang erleichtert und eine erste Einordnung in das Gesamtgebiet der Theoretischen Physik möglich.

Ich habe einen ähnlichen physikalischen Zugang und weitgehend den gleichen mathematischen Formalismus gewählt wie Steven Weinberg in seinem Buch *Gravitation and Cosmology* [1]. Einige Anregungen habe ich ferner dem Buch [2] von Sexl und Urbantke entnommen. Das umfassendste Standardwerk *Gravitation* [3] wurde von Misner, Thorne und Wheeler verfasst. Eine weitere Empfehlung gilt den Lehrbüchern von Rindler [4], Stephani [5] und Kenyon [6]. Für die Grundlagen der Mechanik verweise ich gelegentlich auf meine *Mechanik* [7]. Übersichtsartikel zu wissenschaftlichen Fragen, die über den Rahmen dieses Buchs hinausführen, kann der Leser bei Hall und Pulham [8] finden.

In enger Anlehnung an den Text, teilweise aber auch zu dessen Fortführung und Ergänzung werden mehr als 40 Übungsaufgaben gestellt (seit der fünften Auflage mit Musterlösungen). Diese Aufgaben erfüllen ihren Zweck nur dann, wenn sie vom Studenten möglichst eigenständig bearbeitet werden. Diese Arbeit sollte daher vor der Lektüre der Musterlösungen liegen.

Alle bisherigen Experimente stimmen mit den Vorhersagen der Allgemeinen Relativitätstheorie überein. Dabei wurden die Fehlergrenzen der experimentellen Ergebnisse im Laufe der Zeit immer kleiner. Für die angeführten Ergebnisse beziehe ich mich meistens auf den Übersichtsartikel [9] von Will. Hierzu gehört auch der indirekte Nachweis von Gravitationsstrahlung über die Abbremsung von Doppelsystemen (speziell PSR 1913+16). Im Jahr 2015 konnte die Gravitationsstrahlung nun erstmalig auch direkt nachgewiesen werden (im LIGO-Experiment, www.ligo.caltech.edu).

Mit den großen Entdeckungen der 1960er Jahre (Quasare, kosmische Hintergrundstrahlung, Pulsare) konnte die Kosmologie sich als experimentelle Wissenschaft etablieren. Neue astronomische Experimente seit den 1990er Jahren (wie

das Hubble-Space-Teleskop und andere Satelliten- und Raumsondenmissionen) haben zu einem weiteren Aufschwung und zu einer erstaunlich genauen Kenntnis der kosmologischen Parameter [10, 11] geführt.

In der vorliegenden 7. Auflage wurden die zitierten experimentellen Ergebnisse aktualisiert, einige Fehler beseitigt, und zahlreiche kleinere Ergänzungen und Verbesserungen vorgenommen. Die Behandlung der Schwarzen Löcher wurde bereits in der 6. Auflage erweitert. Dabei wird auch die Frage diskutiert, ob es eine Massenuntergrenze für Schwarze Löcher gibt, und ob in Beschleunigern potenziell gefährliche Schwarze Löcher erzeugt werden könnten.

Bei Ernst W. Behrens, Claus Lämmerzahl (Bremen), Lisa Edelhäuser (Springer Verlag), Michael Gölles, Jan Jeske, Florian Oppermann, Gerhard Schäfer (Jena), David Walker, Hans Walliser und weiteren Lesern früherer Auflagen bedanke ich mich für wertvolle Hinweise. Ein besonderer Dank gilt meinen Kollegen Yasusada Nambu, Tatsuo Shoji und Ryo Sugihara von der Universität Nagoya, die die 4. Auflage dieses Buchs ins Japanische übersetzt haben und die mir im Laufe dieser mühevollen Arbeit viele nützliche Ratschläge gegeben haben. Einige Ergänzungen und Korrekturen in den Teilen IX bis X beruhen auf Vorschlägen von David Walker (Sternwarte Lübeck).

Fehlermeldungen, Bemerkungen und sonstige Hinweise sind jederzeit willkommen, etwa über den Kontaktlink auf meiner Homepage www2.uni-siegen.de/~flieba/. Auf dieser Homepage finden sich auch eventuelle Korrekturlisten.

Literaturangaben

- [1] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley and Sons, New York 1972
- [2] R. U. Sexl und H. K. Urbantke, *Gravitation und Kosmologie*, 5. Auflage, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 2002
- [3] C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation*, Freeman, San Francisco 1973
- [4] W. Rindler, *Essential Relativity*, 2nd edn., Springer Verlag, New York 1977 (rev. printing 1990)
- [5] H. Stephani, *Allgemeine Relativitätstheorie*, 4. Auflage, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1991
- [6] I. R. Kenyon, *General Relativity*, 2nd edn., Oxford University Press, 1990
- [7] T. Fließbach, *Mechanik*, 7. Auflage, Springer Spektrum Verlag, Heidelberg 2015
- [8] G. S. Hall and J. R. Pulham (Eds.), *General Relativity*, SUSSP Publication Edinburgh and IOPP, Bristol 1996
- [9] C. M. Will, *The confrontation between General Relativity and Experiment* arXiv:1403.7377v1 [gr-qc]
- [10] C. L. Bennett et al., *Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results* arXiv:1212.5225v3 [astro-ph.CO]
- [11] Planck Collaboration, *Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters* arXiv:1502.01589v3 [astro-ph.CO]

Die Referenzen [9] bis [11] (wie auch später noch zitierte Originalarbeiten) findet der Leser in dem von Physikern am meisten benutzten eprint-Archiv: Die Internetadresse lautet <http://arxiv.org/> (oder auch <http://de.arxiv.org/>). Die ersten vier Ziffern des Zitats geben das Jahr und den Monat an (also März 2014 für [9]). Die Buchstaben in eckigen Klammern stehen für das Gebiet (hier gr-qc für general relativity and quantum cosmology). Das Archiv ist auch empfehlenswert für die Suche nach Originalarbeiten zu ausgesuchten Themen oder von bestimmten Autoren.

Inhaltsverzeichnis

I	Einleitung	1
1	Newtons Gravitationstheorie	1
2	Ziel der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART)	4
II	Spezielle Relativitätstheorie	7
3	Lorentztransformationen	7
4	Relativistische Mechanik	15
5	Tensoren im Minkowskiraum	20
6	Elektrodynamik	26
7	Relativistische Hydrodynamik	30
8	Energie-Impuls-Tensor	36
III	Physikalische Grundlagen der ART	41
9	Bezugssysteme	41
10	Äquivalenzprinzip	49
11	Bewegung im Gravitationsfeld	54
12	Gravitationsrotverschiebung	60
13	Geometrische Aspekte	68
IV	Mathematische Grundlagen der ART	75
14	Tensoren im Riemannschen Raum	75
15	Kovariante Ableitung	81
16	Parallelverschiebung	85
17	Verallgemeinerte Vektoroperationen	91
18	Krümmungstensor	95
V	Grundgesetze der ART	101
19	Kovarianzprinzip	101
20	Gesetze mit Gravitation	108
21	Einsteinsche Feldgleichungen	116
22	Struktur der Feldgleichungen	124

VI	Statische Gravitationsfelder	131
23	Isotrope statische Metrik	131
24	Schwarzschildmetrik	136
25	Bewegung im Zentralfeld	140
26	Lichtablenkung	147
27	Periheldrehung	152
28	Radarechoverzögerung	158
29	Geodätische Präzession	162
30	Thirring-Lense-Effekt	167
31	Tests der ART	176
VII	Gravitationswellen	181
32	Ebene Wellen	181
33	Teilchen im Feld der Welle	188
34	Energie und Impuls der Welle	192
35	Quadrupolstrahlung	196
36	Quellen der Gravitationsstrahlung	204
37	Nachweis von Gravitationsstrahlung	215
VIII	Statische Sternmodelle	223
38	Sterngleichgewicht	225
39	Innere Schwarzschildmetrik	236
40	Relativistische Sterne	242
41	Newtonsche Sterne	247
42	Weißer Zwerg	251
43	Neutronenstern, Pulsar	256
IX	Dynamische Sternmodelle	261
44	Isotrope zeitabhängige Metrik und Birkhoff-Theorem	261
45	Schwarzschildradius	265
46	Isotrope zeitabhängige Metrik in Gaußkoordinaten	269
47	Gravitationskollaps, Supernova	272
48	Schwarzes Loch, Quasar	281
49	Massenuntergrenze für Schwarze Löcher?	293
X	Kosmologie	300
50	Kosmologisches Prinzip und Robertson-Walker-Metrik	300
51	Rotverschiebungs-Abstands-Relation	308

52	Kosmische Entfernungsleiter	316
53	Weltmodelle	322
54	Weltzustand	329
55	Kosmologisches Standardmodell	338

Lösungen der Aufgaben	351
------------------------------	------------

Register	377
-----------------	------------